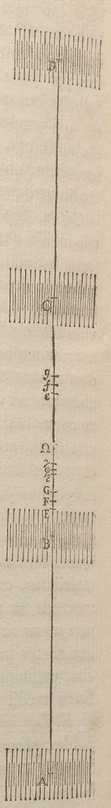
De Motu Corporum

PROPOSITIO XLIX. PROBLEMA XI.

Datis medii densitate & vi elastica, invenire velocitatem pulsuum.

Fingamus medium ab incumbente pondere pro more aëris nostri comprimi; sitque A altitudo medii homogenei, cujus pondus adæquet pondus incumbens, & cujus densitas eadem sit cum densitate medii compressi, in quo pulsus propagantur. Constitui autem intelligatur pendulum, cujus longitudo inter punctum suspensionis & centrum oscillationis sit A: & quo tempore pendulum illud oscillationem integram ex itu & reditu compositam peragit, eodem pulsus eundo conficiet spatium circumferentiæ circuli radio A descripti æquale.



Nam stantibus quæ in propositione XLVII. constructa sunt, si linea quævis physica *EF*, singulis vibrationibus describendo spatium $\mathcal{P}S$, urgeatur in extremis itus & reditus cujusque locis $\mathcal{P}$ & *S*, a vi elastica quæ ipsius ponderi æquetur; peraget hæc vibrationes singulas quo tempore eadem in cycloide, cujus perimeter tota longitudini $\mathcal{P}S$ æqualis est, oscillari posset: id adeo quia vires æquales æqualia corpuscula per æqualia spatia simul impellent. Quare cum oscillationum tempora sint in subduplicata ratione longitudinis pendulorum, & longitudo penduli æquetur dimidio arcui cycloidis totius; foret tempus vibrationis unius ad tempus oscillationis penduli, cujus longitudo est A, in subduplicata ratione longitudinis $\frac{1}{2}\mathcal{P}S$ seu $\mathcal{P}O$ ad longitudinem A. Sed vis elastica, qua lineola physica *EG*, in locis suis extremis $\mathcal{P}$, *S* existens, urgetur, erat (in demonstratione propositionis XLVII.) ad ejus vim totam elasticam ut $HL - KN$ ad V, hoc est (cum punctum *K* jam

Liber Secundus.

K jam incidat in $\mathcal{P}$) ut *HK* ad V: & vis illa tota, hoc est pondus incumbens, quo lineola *EG* comprimitur, est ad pondus lineolæ ut ponderis incumbentis altitudo A ad lineolæ longitudinem *EG*; ideoque ex æquo, vis qua lineola *EG* in locis suis $\mathcal{P}$ & *S* urgetur, est ad lineolæ illius pondus ut $HK \times A$ ad $V \times EG$, sive ut $\mathcal{P}O \times A$ ad VV, nam *HK* erat ad *EG* ut $\mathcal{P}O$ ad V. Quare cum tempora, quibus æqualia corpora per æqualia spatia impelluntur, sint reciproce in subduplicata ratione virium, erit tempus vibrationis unius, urgente vi illa elastica, ad tempus vibrationis, urgente vi ponderis, in subduplicata ratione VV ac $\mathcal{P}O \times A$, atque ideo ad tempus oscillationis penduli cujus longitudo est A in subduplicata ratione VV ad $\mathcal{P}O \times A$, & subduplicata ratione $\mathcal{P}O$ ad A conjunctim; id est, in ratione integra V ad A. Sed tempore vibrationis unius ex itu & reditu compositæ, pulsus progrediendo conficit latitudinem suam *BC*. Ergo tempus, quo pulsus percurrit spatium *BC*, est ad tempus oscillationis unius ex itu & reditu compositæ, ut V ad A, id est, ut *BC* ad circumferentiam circuli cujus radius est A. Tempus autem, quo pulsus percurret spatium *BC*, est ad tempus quo percurret longitudinem huic circumferentiæ æqualem, in eadem ratione; ideoque tempore talis oscillationis pulsus percurret longitudinem huic circumferentiæ æqualem. *Q. E. D.*

Corol. 1. Velocitas pulsuum ea est, quam acquirunt gravia æqualiter accelerato motu cadendo, & casu suo describendo dimidium altitudinis A. Nam tempore casus hujus, cum velocitate cadendo acquisita, pulsus percurret spatium quod erit æquale toti altitudini A; ideoque tempore oscillationis unius ex itu & reditu compositæ percurret spatium æquale circumferentiæ circuli radio A descripti: est enim tempus casus ad tempus oscillationis ut radius circuli ad ejusdem circumferentiam.

Corol. 2. Unde cum altitudo illa A sit ut fluidi vis elastica directe & densitas ejusdem inverse; velocitas pulsuum erit in ratione composita ex subduplicata ratione densitatis inverse & subduplicata ratione vis elasticæ directe.

ISAAC NEWTON *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* LONDON, 1726 THE WARNOCK LIBRARY Octavo